№ 4

Дано:

$\Delta L_1 = 0,05$ м

$\Delta L_2 = 0,05$ м

$A = 1500$ Дж

Q - ?

Формулы - Решение:



Изначально пружина свободна => после

1. равновесие в газе, давление $p_0 = \frac{k\Delta L}{S}$,

где k - коэффициент пружины

S - площадь поршня

сосуд в вакууме, нагревали долго => процесс квазистатический

до давления

$p_1 = \frac{k_1 2\Delta L}{S} = \frac{2k\Delta L}{S} = 2p_0$ => по II н. т.:

$\delta Q = dV + \delta A$; $\delta A = pdV$; $p = \frac{kx}{S}$, где x - расстояние до стенки

$V = \frac{3}{2}\nu k T$; по к-т $pV = \nu k T \Rightarrow V = \frac{3}{2} pV$;

$dV = \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp$; $V = x \cdot S \Rightarrow dV = S dx$ ($S = const$)

$dp = \frac{k dx}{S} \Rightarrow$

$\delta Q = \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} + p dV = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp =$

$= \frac{5}{2} \frac{kx}{S} \cdot S dx + \frac{3}{2} S x \cdot \frac{k dx}{S} = \frac{5}{2} k x dx + \frac{3}{2} k x dx =$

$= 4 k x dx = \delta Q$

$\delta A = p dV = \frac{kx}{S} \cdot S dx = kx dx$; $A = \int \delta A = \int kx dx =$

$Q = \int \delta Q = \int_{\Delta L}^{2\Delta L} 4 k x dx = 2 k x^2 \Big|_{\Delta L}^{2\Delta L} = \frac{k x^2}{2} \Big|_{\Delta L}^{2\Delta L} = A = 4A = 6 k \Delta x^2 = Q$

Ответ: $Q = 4A = 6 k \Delta x^2$.

Ситуационная задача

Дано:

$V = 1 л = 10^{-3} м^3$

$P_{нач} = 0,5 атм = 5 \cdot 10^4 Па$

$T_{нач} = 293 K$

$2 m_{O_2} = m_{O_2}$

$m_{Al_2O_3} - ?$

$P_{кон} - ?$

Формулы - Решение:

$4Al + 3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3$ из 4 ед. молей Al образуется 2 ед. молей оксида.

$pV = \upsilon_{O_2} RT \rightarrow \upsilon_{O_2} = \frac{PV}{RT} = \frac{5 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 293} = 0,02$ моль (кол-во моль O_2 (исходно))

$\upsilon_{O_2} = \upsilon_{Al} \cdot \frac{3}{4} \rightarrow \upsilon_{Al} = \frac{4}{3} \upsilon_{O_2} = 0,027$ моль

$\upsilon_{Al_2O_3} = \frac{2}{4} \upsilon_{Al} = \frac{2}{4} \cdot \frac{4}{3} \upsilon_{O_2} = 0,013$ моль

$\upsilon_{Al_2O_3} = \frac{m_{Al_2O_3}}{\mu Al_2O_3} \Rightarrow m_{Al_2O_3} = \upsilon \cdot \mu = 0,013 \cdot 102 = 1,36$ г.

$\mu Al_2O_3 = 102$ г/моль

$\begin{cases} P_н V = \upsilon_{Al_2O_3} RT \\ P_к V = \upsilon_{O_2} RT \end{cases}$

$\frac{P_к}{P_н} = \frac{\upsilon_{O_2}}{\upsilon_{Al_2O_3}} \rightarrow P_к = P_н \cdot \frac{\upsilon_{O_2}}{\upsilon_{Al_2O_3}} = 10^5$ Па

olymp.bmstu.ru

№1

Дано:

$g = 10\ м/с^2$

$L = 10\ м$

$h = 5\ м$

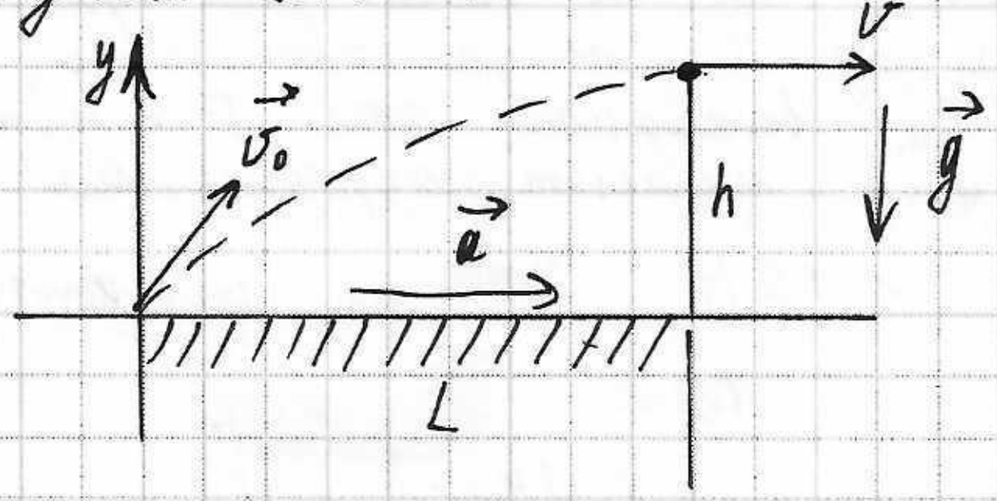
$a = const$

Найти:

$a - ?$

$V_0 - ?$

Формула - Решение:



$|\vec{v_0}| = |\vec{v}| = v$

Пусть мяч пролетал над забором в t_0, тогда:

$oy: v \cdot \sin\alpha - g t_0 = 0$; $h = v \cdot \sin\alpha\, t_0 - \frac{g t_0^2}{2}$

$ox: v \cdot \cos\alpha + g t_0 = v$; $L = v \cdot \cos\alpha\, t_0 + \frac{a t_0^2}{2}$

т.к. $a = const$, можно представить движение мяча т.к. движение в потенциальном поле, тогда для 2 точек ЗСЕ: $\frac{mv^2}{2} = mgh - maL + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$

$a = \frac{gh}{L} = \frac{10 \cdot 5}{10} = 5\ (м/с^2)$

$t_0 = \frac{v \cdot \sin\alpha}{g}$ $\quad h = \frac{v^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sin\alpha}$

$v\cos\alpha + \frac{a v \sin\alpha}{g} = v \Rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{a}{g}\sin\alpha \Rightarrow$

$\cos^2\alpha = 1 - 2\frac{a}{g}\sin\alpha + \frac{a^2}{g^2}\sin^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha \Rightarrow$

$\sin^2\alpha\left(\frac{a^2}{g^2} + 1\right) = 2\frac{a}{g}\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{2\frac{a}{g}}{\frac{a^2}{g^2} + 2}$

$\Rightarrow v = \frac{\sqrt{2gh}}{2\frac{a}{g}}\left(\frac{a^2}{g^2} + 1\right) = \frac{\sqrt{2gh}}{2\frac{h}{L}}\left(\frac{h^2}{v_x^2} + 1\right) =$

$= \frac{5\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5}}{4} = 12{,}5\ (м/с)$

Ответ: $a = 5\ м/с^2$

$V_0 = 12{,}5\ м/с$

№3

Дано:

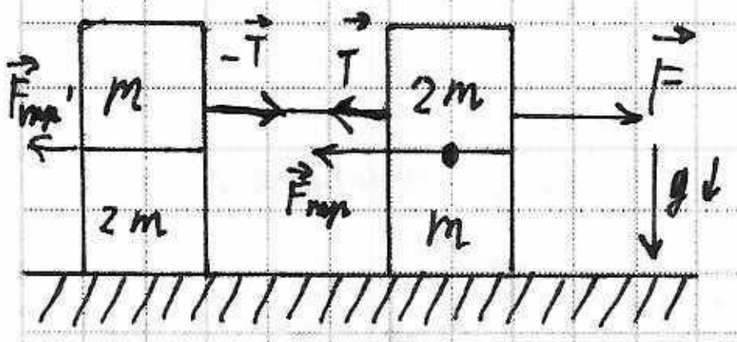
$T_0 = 10\ Н$

$g = 10\ м/с^2$

$m = 1\ кг$

$\mu = 0,5$

$t_{разр.} - ?$



Формулы - Решение:

(1 момент) разрушение с левых блоков, когда $T > F_{тр.\,max}$: $T > N\mu = \mu mg$

$\Rightarrow T > 5\ Н$ (верхний блок движется относительно нижнего $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ начало разрушения)

(2 момент) то же самое для правых блоков

$F > \mu_2 mg + T$, но за счет того, что до (1) $T = F_{тр}$ выходит, что $F > \mu_2 mg + \mu mg =$

$= 3\mu mg$ - момент разрушения $\Rightarrow$

$\Rightarrow F > 15\ Н$, что по графику произойдет при

$t = 14\ (с) = t_{разр}$

$\Rightarrow t_{разр} = 14\ (с)$

Ответ: разрушение начнется на 14 с $= t_{разр}$.

№6

Дано:

$S = 1,2\ м$

$L = 1,5\ м$

$m = 0,1\ кг$

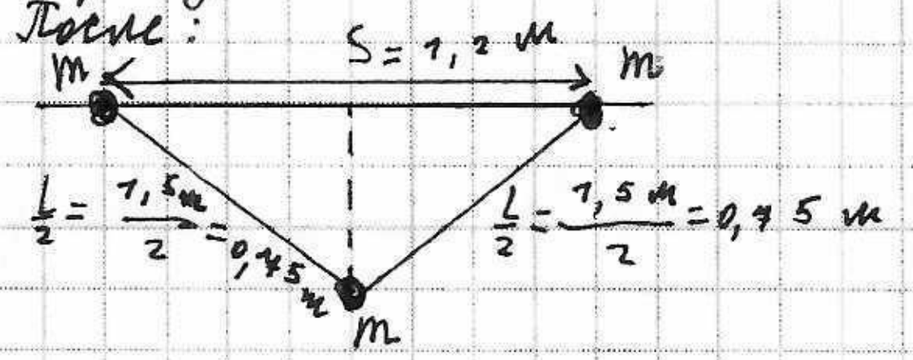
$g = 10\ м/с^2$

$T - ?$

$V - ?$

Формулы - Решение:

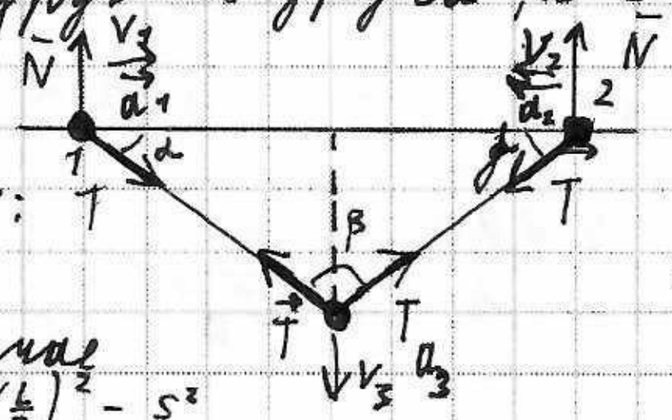
После:



До:



На рисунке изображены вектора $\vec{v}$ и $\vec{a}$. По рисунку делаем вывод, что бусинки 1 и 2 движутся горизонтально друг на друга, а 3 всегда вертикально вниз.



Делаем вывод, что:

$V_1 = V_2$, $a_1 = a_2$

$V_1 = a_1 t$

$V_2 = a_2 t$ } в самом начале

$V_3 = a_2 t$

теорема косинусов: $\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

в нашем случае $\cos\alpha = \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 - S^2}{2\left(\frac{L}{2}\right)^2}$ ← аналогично с β, γ

$\alpha = \gamma = 37°$

$\beta = 106$

В данный момент времени $V_1 \cos\alpha = V_3 \cdot \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \Rightarrow V_1 = V_3 \frac{\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\cos\alpha} = V_3 \frac{0,6}{0,8} = 0,75 V_3$

Составим систему: (II з. Н.)

$$\begin{cases} x: T\cos\alpha = 2ma, \\ y: mg - 2T\cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = ma_3 \Rightarrow \end{cases}$$

olymp.bmstu.ru

Можно сделать вывод, что если $V_1 = 0,75 V_3$, а зависимость линейна и прямопропорциональна, то $a_1 = 0,75 a_3$, откуда:

$$\begin{cases} 0,8T = 2ma_1 \\ mg - 2T \cdot 0,6 = m \cdot a_3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0,8T = 2m \cdot 0,75 a_3 \\ mg - 1,2T = ma_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = \dfrac{2m \cdot 0,75 a_3}{0,8} \quad (*) \\ mg - 1,2 \cdot \dfrac{2m \cdot 0,75 a_3}{0,8} = ma_3 \end{cases}$$

$$mg - 1,8 \frac{ma_3}{0,8} - ma_3 = 0$$

$$mg - 2,25ma_3 - ma_3 = 0$$

$$\Rightarrow a_3 = \frac{g}{3,25} = \frac{10}{3,25} \approx 3 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

подставим в (*):

$$T = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,75 \cdot 3}{0,8} = 0,5625 \text{ (Н)}$$

для нахождения скорости воспользуемся З.С.Э.

$$mgh = \frac{mV_1^2}{2} \cdot 2 + \frac{mV_1^2}{2} \Rightarrow mV^2 = \frac{m}{2} V^2 \frac{S^2}{L - S^2} =$$

$$= V^2 m \left(1 + \frac{S^2}{2L^2 - 2S^2}\right)$$

$$\Rightarrow mV^2 \cdot \frac{2L^2 - S^2}{2L^2 - 2S^2} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{gh(2L^2 - 2S^2)}{2L^2 - S^2}}$$

$$h = \sqrt{L^2 - S^2}$$

$$V_{1,2} = \sqrt{\frac{10 \cdot \sqrt{1,5^2 - 1,2^2}(2 \cdot 1,5^2 - 2 \cdot 1,2^2)}{2 \cdot 1,5^2 - 1,2^2}} \approx 1,54 \text{ (м/с)}$$

$$V_3 = 0,75 \cdot 1,54 = 1,16 \text{ (м/с)}$$

Ответ: $T = 0,5625$ Н; $V_1 = V_2 = 1,54$ м/с; $V_3 = 1,16$ м/с

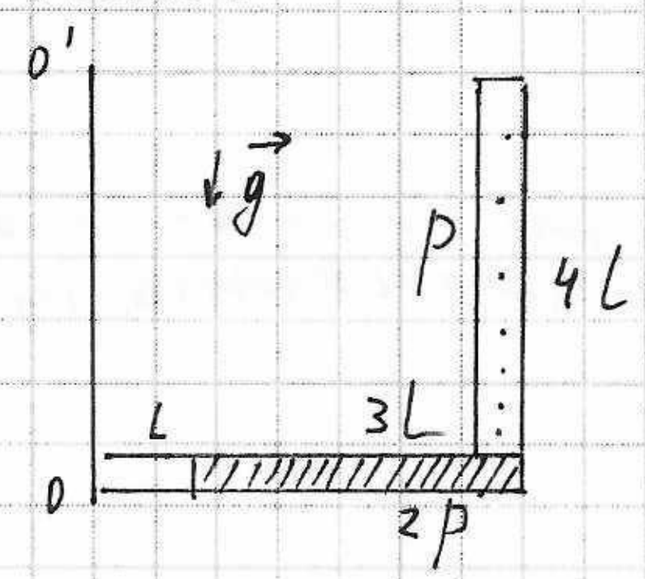
№5

Дано:
$L, 2p, 3L, 4L, p$
сила на L, g

$W - ?$

Формулы - Решение:

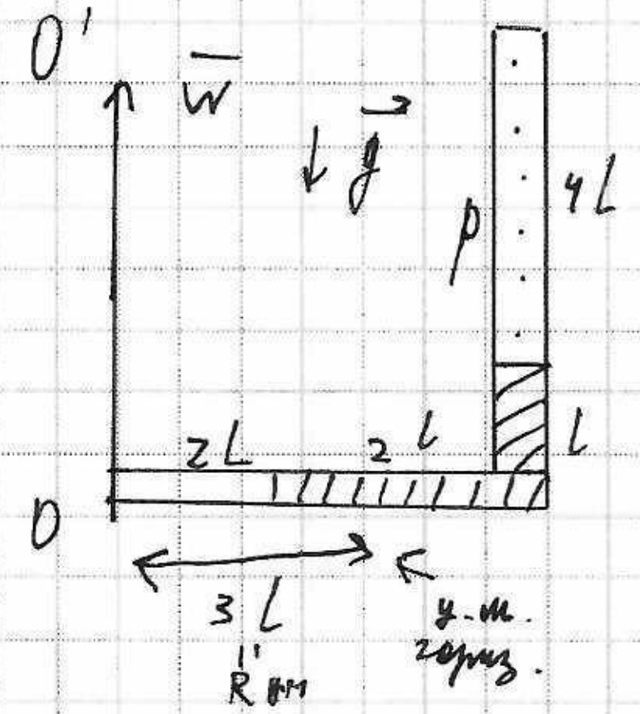
Было:



система в равновесии, давление воздуха

$p_0 = 4L \cdot p \cdot g$ (давит столбик жидкости)

Стало:



система в равновесии, давление возд. p:

$pg \cdot 4l + 2p \cdot g \cdot l = p + \frac{W^2 \cdot 3L}{S} \cdot m$:

$m = 2l \cdot S \cdot 2p \Rightarrow \quad 6pgl = p + \frac{W^2 \cdot 3L}{S} \cdot 4gLS$

$\Rightarrow \begin{cases} 6pgl = p + 12 W^2 p l^2 \\ p_0 = 4pgl \end{cases}$

т.к. процесс изотермический, то по закону Бойля-Мариотта для воздуха:

$\underbrace{2L \cdot S}_{V} \cdot p = \underbrace{LS}_{V_0} \cdot p_0 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{p_0}{2} \quad \Rightarrow$

$6pgl = 2pgl + 12 W^2 p l^2 \Rightarrow \quad 4pgl = 12 W^2 g l^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow pgl = 3 W^2 p l^2 \Rightarrow W^2 = \frac{g}{3L} \Rightarrow W = \sqrt{\frac{g}{3L}}$

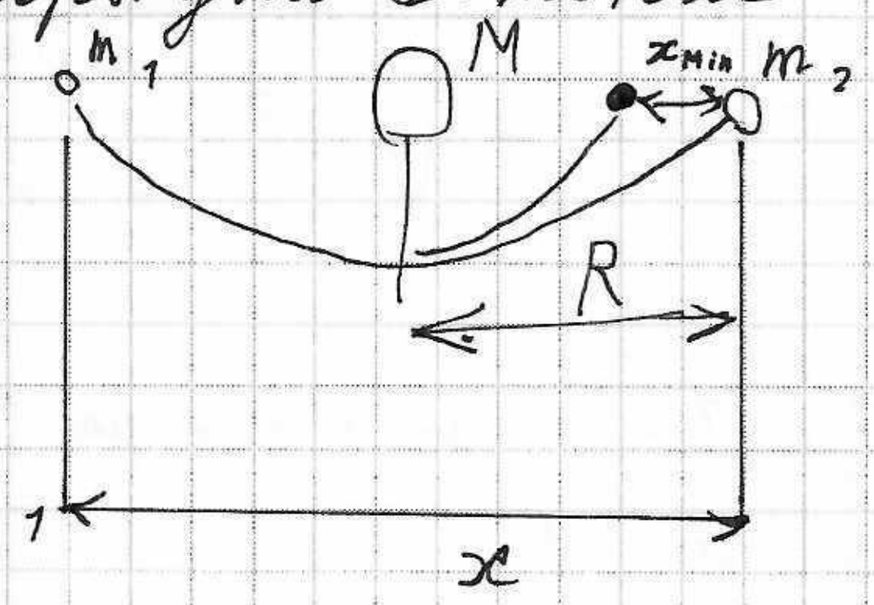
Ответ: $W = \sqrt{\frac{g}{3L}}$

№2

Дано:
$T_1 = 24$ ч.
R

$x_{min} - ?$

Формулы - Решение



olymp.bmstu.ru

Уравнение движения спутника (1)

$$\left.\begin{aligned} G\frac{mM}{R_1^2} &= \frac{mV^2}{R_1} \\ V &= \frac{2\pi R}{T} \end{aligned}\right\} \Rightarrow T = \frac{2\pi G R_1^2}{V_1^3}$$

Уравнение движения спутника (2) по аналогии, откуда

$$T_2 = \frac{2\pi\sqrt{g}\,(R_2')^2}{V_2^3}$$

Из условия известно, что

$$T_2 = 2T_1 \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi\sqrt{g}R_2^2}{V_2^3} = 2\,\frac{2\pi G R_1^2}{V_1^3} \Rightarrow R_2 = R_1\sqrt{2}$$

$$x_{min} = R_2 - R_1 = R_1\sqrt{2} - R_1 = R_1(\sqrt{2}-1)$$

Ответ: $R_1(\sqrt{2}-1)$

Можно использовать оборот листа для записи решений

